2023年10月2日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題１	問題２	問題３	問題４	問題５	問題６	問題７	問題８
E	C	B	A	B	E	C	D
問題９	問題 10	問題 11	問題 12	問題 13	問題 14	問題 15	
D	B	D	E	B	B	C	

問題16	①	②	③	④
	$y-x$	$y-x_r$	x_r-x	$y-x_r+1$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$y-x_e$	x_r-x_e	$y-x_e$	$y-x_e+1$

問題17	①	②	③	④
	4.000	2,700	100	3.864
	⑤	⑥	⑦	⑧
	3,118	4.300	2,900	6.7

問題18	①	②	③	④
	$\frac{i}{1+i}$	C	$1+\alpha+i\alpha$	$\frac{1+i}{i}$
	⑤	⑥	⑦	⑧
	$1+i$	i	$i\alpha$	$\frac{i\alpha}{1-i}$
	⑨	⑩		
	i	$\frac{i^2\alpha}{1-i}$		

2023 年 10 月 2 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 19　←問題番号を記入すること。

特定年齢をx_e 、定年年齢をx_r、加入年齢方式による保険料をP 、年齢 x 歳の残存率をp_x、年齢 x 歳の責任準備金をV_xとする。

題意より、$x_e < x < x_r$ のとき、支払額 $B_x = 0$ である。

x_e 歳からの経過年数をn 年とする。

$n = 0$ のとき、$V_{x_e} = 0$ である。

$n = 1$ のとき、$0 < p_{x_e} < 1$ より、ファクラーの公式を用いて、

$$V_{x_e+1} = \frac{1}{p_{x_e}}\left(V_{x_e} + P\right)(1+i) = \frac{1}{p_{x_e}}P(1+i) > P(1+i)$$

$n = t$ のとき、

$$V_{x_e+t} > P\sum_{k=1}^{t}(1+i)^k$$

が成り立つとすると、

$n = t + 1$ のとき、$0 < p_{x_e+t} < 1$ より、

$$V_{x_e+t+1} = \frac{1}{p_{x_e+t}}\left(V_{x_e+t} + P\right)(1+i) > \frac{1}{p_{x_e+t}}\left(P\sum_{k=1}^{t}(1+i)^k + P\right)(1+i)$$

$$= \frac{1}{p_{x_e+t}}P\sum_{k=1}^{t+1}(1+i)^k > P\sum_{k=1}^{t+1}(1+i)^k$$

となる。

したがって、数学的帰納法により、保険料の元利合計がその時の責任準備金を下回ることが示された。

2023 年 10 月 2 日

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

(1)

$$U_1 = (1+r)V_0 - V_0 = r \cdot V_0$$

$$U_t = (U_{t-1} - k \cdot U_{t-1}) \cdot (1+i) + ((1+r)^t - (1+r)^{t-1}) \cdot V_0$$

$$= (U_{t-1} - k \cdot U_{t-1}) \cdot (1+i) + r \cdot (1+r)^{t-1} \cdot V_0 \cdots ①$$

①の両辺を$(1+r)^t$で割ると、

$$\frac{U_t}{(1+r)^t} = \frac{U_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} \cdot (1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r} + \frac{r}{1+r} \cdot V_0 \cdots ②$$

$$x = x \cdot (1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r} + \frac{r}{1+r} \cdot V_0 \cdots ③$$

とおくと、

$$x = \frac{\frac{r}{1+r} \cdot V_0}{1 - (1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}}$$

②－③より、

$$\frac{U_t}{(1+r)^t} - x = \left((1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \left(\frac{U_1}{1+r} - x\right) = \left((1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \left(\frac{r \cdot V_0}{1+r} - x\right)$$

$$U_t = (1+r)^t \cdot (\left((1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \left(\frac{r \cdot V_0}{1+r} - x\right) + x)$$

$$= (1+r)^t \cdot (\left((1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \left(\frac{r \cdot V_0}{1+r} - \frac{\frac{r}{1+r} \cdot V_0}{1 - (1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}}\right) + \frac{\frac{r}{1+r} \cdot V_0}{1 - (1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}})$$

$$= \frac{r \cdot V_0 \cdot (1+r)^{t-1}}{(1+r) - (1-k)(1+i)} (-\left((1-k) \cdot \frac{1+i}{1+r}\right)^{t-1} \cdot (1-k)(1+i) + (1+r))$$

$$= \frac{(1+r)^t - ((1-k)(1+i))^t}{(1+r) - (1-k)(1+i)} \cdot rV_0$$

（注）裏面には記載しないこと

科目	年金数理	受験番号	公益社団法人　日本年金数理人会

問題 20　←問題番号を記入すること。

（2）

$i = 2.5\%$、$r = 0.1$、$k = 0.2$より、

$$U_t = \frac{(1+r)^t - ((1-k)(1+i))^t}{(1+r)-(1-k)(1+i)} \cdot rV_0$$

$$= \frac{1.1^t - (0.8 \times 1.025)^t}{1.1 - 0.8 \times 1.025} \cdot 0.1 \cdot V_0$$

$$= \frac{1.1^t - 0.82^t}{2.8} V_0$$

単年度の特別保険料が最初の給付改善を行う直前の責任準備金の 0.1 倍を上回らないようにするとき、

$$k \cdot U_m \leqq 0.1 \cdot V_0 \Leftrightarrow 0.2 \times \frac{1.1^m - 0.82^m}{2.8} \leqq 0.1$$

左辺はm に関して単調増加

$m = 5$のとき、左辺＝0.088555

$m = 6$のとき、左辺＝0.104825

よって、mの最大値は 5である。